

# **Innovative Turbo-Zertifikate am deutschen Kapitalmarkt – Preisstellung, Bewertung, Hedging und Gewinnpotenzial**

Hendrik Scholz / Rainer Baule / Marco Wilkens

Version: 14.12.2004

Dr. *Hendrik Scholz* ist wissenschaftlicher Assistent am Lehrstuhl für Allgemeine Betriebswirtschaftslehre, Finanzierung und Bankbetriebslehre (LFB) der Katholischen Universität Eichstätt-Ingolstadt, E-mail: [hendrik.scholz@ku-eichstaett.de](mailto:hendrik.scholz@ku-eichstaett.de)

Dipl.-Math. *Rainer Baule* ist Mitarbeiter am Institut für Betriebswirtschaftliche Geldwirtschaft (IFBG) der Universität Göttingen, E-mail: [rbaule@wiso.uni-goettingen.de](mailto:rbaule@wiso.uni-goettingen.de)

Prof. Dr. *Marco Wilkens* ist Inhaber des Lehrstuhls für Allgemeine Betriebswirtschaftslehre, Finanzierung und Bankbetriebslehre (LFB) der Katholischen Universität Eichstätt-Ingolstadt, E-mail: [marco.wilkens@ku-eichstaett.de](mailto:marco.wilkens@ku-eichstaett.de)

# **Innovative Turbo-Zertifikate am deutschen Kapitalmarkt – Preisstellung, Bewertung, Hedging und Gewinnpotenzial**

## **Zusammenfassung**

Ein Überblick über in Deutschland emittierte Turbo-Zertifikate zeigt den enormen Erfolg dieser Finanzinnovation. In diesem Beitrag werden Long- und Short-Zertifikate bewertet und analysiert. Im Mittelpunkt steht dabei die jüngst von einigen Emittenten offen kommunizierte Preisstellung während der Produktlaufzeit als zentrale innovative Produkteigenschaft. Über eine mögliche Hedging-Strategie wird das hohe Gewinnpotenzial der Emittenten in Abhängigkeit von der Laufzeit der Zertifikate aufgezeigt.

JEL G10, G13 und G21

## **Summary**

An overview shows the enormous success of turbo certificates at the German retail market. This article is concerned with the valuation and analysis of these innovative financial instruments. In doing so we focus on the recently disclosed pricing formulas of some issuers during the lifetimes of the products from issuance to maturity. Furthermore, we analyse a simple hedging strategy which shows the potential gains for the issuers depending on the turbo certificates' lifetimes.

# Innovative Turbo-Zertifikate am deutschen Kapitalmarkt – Preisstellung, Bewertung, Hedging und Gewinnpotenzial\*

## I. Einleitung

Seit dem zweiten Halbjahr 2001 emittieren in Deutschland verschiedene Banken in stetig steigendem Umfang neue und zugleich sehr innovative Retail-Produkte, für die sich die Bezeichnungen „Turbo-Zertifikate“, „Hebel-Zertifikate“ oder auch „Knock-out-Optionsscheine“ durchgesetzt haben. Diese Produktinnovation zählt zum Marktsegment der strukturierten Finanzprodukte, das in Deutschland seit Mitte der 90er Jahre auch im Retailbanking immer mehr an Bedeutung gewinnt.<sup>1</sup> Mittlerweile wurde durch diese Zertifikate ein großer Teil des klassischen Optionsscheinmarktes substituiert.<sup>2</sup>

Turbo-Zertifikate werden in zwei Grundformen begeben: als Long-Zertifikate, die von Kurssteigerungen des jeweiligen Underlyings profitieren, und als Short-Zertifikate, die Gewinne bei entsprechenden Kursrückgängen erzielen. Die Bezeichnung „Turbo“ ist darauf zurückzuführen, dass die relativen Preisänderungen dieser Zertifikate größer sind als die entsprechender herkömmlicher Zertifikate.<sup>3</sup> Als Underlying dienen einzelne Aktien und Aktienindizes sowie in jüngerer Zeit auch Devisen und Rohstoffe. Tabelle 1 gibt einen Überblick über die Emittenten von Turbo-Zertifikaten am deutschen Kapitalmarkt sowie die Anzahl der im Jahr 2003 emittierten Papiere.

*\* Für wertvolle Hinweise zu unserem Beitrag bedanken wir uns bei dem anonymen Gutachter.*

<sup>1</sup> Erste Produkte dieser Art wurden schon Ende der 80er Jahre zunächst insbesondere institutionellen, aber immer häufiger auch privaten Investoren angeboten. Zur Entwicklung des Marktsegmentes in den USA siehe z. B. *Toy/Ryan* (2000), *Whittaker/Kim* (2000).

<sup>2</sup> Vgl. z. B. *Schaller* (2002), S. 5, *Weyand* (2003), S. B5.

<sup>3</sup> Zu einem Überblick über herkömmlichen Zertifikaten siehe z. B. *Beike* (1999).

*Tabelle 1:*  
**Emittenten von Turbo-Zertifikaten  
am deutschen Kapitalmarkt im Jahr 2003<sup>4</sup>**

Emittent	Anzahl emittierter		
	Long-Zertifikate	Short-Zertifikate	Turbo-Zertifikate insgesamt
Deutsche Bank	2.082	1.732	3.814
HSBC Trinkaus & Burkhardt	1.390	1.208	2.598
Commerzbank	1.325	890	2.215
ABN AMRO	509	388	897
Dresdner Bank	529	247	776
Citibank	330	255	585
Sal. Oppenheim	336	235	573
DZ Bank	317	233	550
Centrobank	149	101	250
Bank Vontobel	112	89	201
Société Générale	114	82	196
Lang und Schwarz	69	46	115
Goldman Sachs	59	45	104
UniCredito Italiano	4	4	8

Die besondere Attraktivität dieser neuen Produkte liegt zum einen in dem optionscheinähnlichen Hebeleffekt. Hinzu kommt bei den im Weiteren betrachteten innovativen Turbo-Zertifikaten, dass deren Preis sowohl bei Emission als auch während der Laufzeit über eine offen kommunizierte Funktion fixiert wird. Diese Preisfunktion ist in erster Linie vom Preis des jeweiligen Underlyings abhängig. Sie weist im Gegensatz zu Preisfunktionen für herkömmliche Optionsscheine aber keine Abhängigkeit von der Volatilität des Underlyings auf. Daher ist diese Preisfunktion für Anleger leicht nachvollziehbar. Letztlich wird hierüber ein neuartiger Finanztitel generiert, der aus Anlegersicht sehr attraktiv ist beziehungsweise erscheint und – soviel sei vorweggenommen – Emittenten erhebliche Gewinnpotenziale bei geringen Risiken und Produktionskosten eröffnet.

Die zentralen Ziele des vorliegenden Beitrags bestehen darin, die wesentlichen Charakteristika dieses innovativen Produktes aufzuzeigen und einen Bewertungsansatz in Verbindung mit einer einfachen Hedging-Strategie aus Emittentensicht herauszuarbeiten. Anschließend können die verbundenen Gewinnpotenziale bei Emission und während der Laufzeit des Produktes direkt bestimmt werden.

Die Analyse der Preise strukturierter Produkte ist auch Gegenstand diverser empirischer Untersuchungen zum Beispiel für den amerikanischen<sup>5</sup>, schweizer<sup>6</sup> und

<sup>4</sup> Quelle: Deriva GmbH Financial IT and Consulting.

deutschen<sup>7</sup> Kapitalmarkt. Dabei konnte der (finanzmathematische) Wert der strukturierten Produkte mit dem beobachteten Marktpreis verglichen werden. Hierbei treten aber typischerweise verschiedene technische Probleme auf wie Geld-Brief-Spannen, unregelmäßiger Handel oder kein zeitgleicher Handel des strukturierten Produktes und der relevanten Duplikationselemente. Bei den hier untersuchten innovativen Turbo-Zertifikaten ergeben sich die Marktpreise hingegen über die oben angesprochene klar definierte Preisfunktion. Somit wird erstmals das Gewinnpotenzial eines strukturierten Finanzproduktes über die Preisstellungspraxis des Emittenten unmittelbar quantifizierbar. Zugleich kann das in anderen Untersuchungen festgestellte Preisstellungsverhalten der Emittenten in Abhängigkeit von der Restlaufzeit der strukturierten Produkte direkt nachvollzogen werden. Untersucht wird in diesem Beitrag quasi stellvertretend die Preisstellung von ABN AMRO, einem Marktführer im Bereich Turbo-Zertifikate in Deutschland (vgl. Tabelle 1).<sup>8</sup>

Die Analyse umfasst Long-Zertifikate (Kapitel II) und Short-Zertifikate (Kapitel III). Einführend wird jeweils die grundsätzliche Funktionsweise der Zertifikate dargestellt und die vom Emittenten kommunizierte Preisstellung als wesentliche neue Produkteigenschaft erläutert. Auf der Grundlage der dargestellten zentralen Charakteristika der Turbo-Zertifikate erfolgt dann deren finanzmathematische Bewertung basierend auf der Modellwelt von *Black/Scholes/Merton*, verbunden mit einer Analyse der Gewinnpotenziale dieser Produkte aus Sicht der Emittenten. In diesem Zusammenhang wird auch der Einfluss der Volatilität auf den Wert der Turbo-Zertifikate diskutiert. Anschließend wird eine Hedging-Strategie für die Emittenten abgeleitet, die zugleich einfach und kostengünstig ist sowie das Charakteristikum der unsicheren Restlaufzeit dieser Produkte berücksichtigt. Hierüber wird unter anderem das Gewinnpotenzial der Emittenten in Abhängigkeit von der (Rest-)Laufzeit aufgezeigt. Um die erzielten Ergebnisse zur Preisstellung empirisch zu untermauern, werden abschließend jeweils für zwei Stichtage die Marktpreise von DAX- und TECDEX-Zertifikaten erhoben, um auf dieser

---

<sup>5</sup> In ersten empirischen Studien am amerikanischen Markt basierend auf Daten der zweiten Hälfte der 80er Jahre finden *Chen/Kensinger* (1990) sowie *Chen/Sears* (1990) teilweise signifikante Differenzen der Preise strukturierter Produkte gegenüber deren finanzmathematischen Werten. Hierbei stellen *Chen/Sears* (1990) tendenziell überhöhte Preise nahe dem Emissionszeitpunkt fest. Während der Laufzeit ermitteln sie hingegen tendenziell zu niedrige Preise.

<sup>6</sup> *Wasserfallen/Schenk* (1996) bestimmen am schweizer Markt von 1991 bis 1992 geringe Preisdifferenzen bei kapitalgarantierten Produkten, wobei auch hier bei Emission zu hohe und später zu niedrige Preise vorliegen. Aufgrund der eher geringen Differenzen schließen sie auf eine angemessene Preisstellung der Emittenten. In Studien am schweizer Primärmarkt konstatieren *Burth/Kraus/Wohlwend* (2001) bei Emission knapp 2 Prozent überhöhte Preise von Aktienanleihen und Discount-Zertifikaten.

<sup>7</sup> Am deutschen Sekundärmarkt untersuchen *Wilkins/Erner/Röder* (2003) sowie *Erner/Wilkins/Röder* (2004) die Marktpreise von Aktienanleihen und Discount-Zertifikaten und stellen durchschnittlich 3 bis 4 Prozent überhöhte Preise fest. Die Aufschläge einzelner Produkte variieren in Abhängigkeit vom Emittenten zum Teil erheblich. Die Preisdifferenzen verringern sich mit abnehmender Restlaufzeit.

<sup>8</sup> Der Emittent ABN AMRO wurde auch ausgewählt, da er in der Produktbroschüre „Turbo und Short Zertifikate“ explizit eine (relativ einfach verständliche) Preisstellung angibt und erläutert, vgl. *ABN AMRO* (2002a, 2003). Für ABN AMRO wurden in zwei empirischen Untersuchungen strukturierter Produkte vergleichsweise geringe Gewinnmargen festgestellt, vgl. *Burth/Kraus/Wohlwend* (2001), S. 35-37, *Baule/Rühling/Scholz* (2004), S. 829 f.

Grundlage die praktische Umsetzung der kommunizierten Preisstellung durch den Emittenten zu überprüfen.

## II. Long-Zertifikate

### 1. Funktionsweise und Preisstellung

Um die Darstellungen möglichst anschaulich zu gestalten, werden die weiteren Ausführungen mit einem Beispiel unterlegt. Grundlage hierfür ist ein Long-Zertifikat, dessen wesentliche Ausstattungsmerkmale denen eines realen Zertifikates von ABN AMRO mit der Wertpapierkennnummer 721 679 entsprechen. Dieses Long-Zertifikat auf den DAX hat einen Basispreis  $X_L$  von 2.000 Punkten und eine Stop-Loss-Schwelle (Barrier)  $B_L$  von 2.100 Punkten. Es wird eine (Rest-)Laufzeit von  $T = 1$  Jahr unterstellt.<sup>9</sup>

Für die Fälle, in denen der Stand des DAX während der gesamten Laufzeit oberhalb der Barrier notiert, erfolgt bei Fälligkeit in  $T$  eine Zahlung an die Anleger in Höhe des aktuellen inneren Wertes. Dieser ergibt sich als Differenz zwischen dem Stand des DAX bei Fälligkeit und dem Basispreis, also  $S_T - X_L$ .<sup>10</sup> Für das exemplarische Zertifikat entspricht dies einem Rückzahlungsbetrag von  $S_T - 2.000$ . Dieser Zusammenhang ist für Anleger leicht verständlich und trägt daher zur Akzeptanz des Produktes bei.

Berührt der DAX hingegen die Barrier  $B_L$  von 2.100 oder unterschreitet diese während der Laufzeit, so wird das Zertifikat „ausgeknoct“. Der Emittent zahlt zu diesem Zeitpunkt einen Restwert an den Inhaber.<sup>11</sup> Dieser ergibt sich zu einem künftigen Zeitpunkt  $t$  (mit  $0 \leq t \leq T$ ) in Höhe des im Weiteren noch genauer untersuchten Preises  $P_{L,t}$  gemäß (1).<sup>12</sup> Die Höhe der Restwertzahlung hängt somit – im Gegensatz zu

<sup>9</sup> Die Laufzeit des realen Zertifikates betrug bei Emission am 27.9.2002 etwas über ein Jahr (Fälligkeitstag: 3.11.2003).

<sup>10</sup> In der Praxis wird häufig ein von eins abweichendes Bezugsverhältnis gewählt, so dass der Anleger einen Bruchteil oder ein Vielfaches der jeweiligen Differenz als Rückzahlungsbetrag erhält. Das Bezugsverhältnis des realen Long-Turbo-Zertifikates ist 1:100, so dass pro Zertifikat ein Hundertstel der angegebenen Differenz ausgezahlt wird. Der Einfachheit halber wird im Folgenden auf die Berücksichtigung eines von eins abweichenden Bezugsverhältnisses verzichtet.

<sup>11</sup> Der Emittent behält sich allerdings für die Zahlung des Restwertes eine Frist von drei Stunden vor, innerhalb derer die zugrunde liegende Hedge-Position glattgestellt wird. Für die Berechnung des Restwertes ist damit nicht notwendigerweise der Stand des Underlyings zum Zeitpunkt des Knock-out, also die Barrier, sondern ein Kurs innerhalb von drei Stunden danach relevant. Hiervon wird im Folgenden jedoch abstrahiert. Solange der Restwert gemäß (1) berechnet wird, hat dies auf den Wert des Zertifikates keinen nennenswerten Einfluss.

<sup>12</sup> Im Verkaufsprospekt wird diese Restwertzahlung bei vorzeitigem Knock-out verbindlich festgelegt, vgl. *ABN AMRO* (2002b), S. 29-33.

Long-Zertifikaten mit konstantem Restwert – vom Zeitpunkt des Knock-out ab, was eine wesentliche Innovation dieses Finanztitels darstellt.<sup>13</sup>

$$(1) \quad P_{L,t} = \text{Innerer Wert} + \text{Finanzierungskosten} \\ = S_t - X_L + X_L - X_L e^{-(r+z)(T-t)}.$$

Eine weitere Besonderheit des Produktes besteht darin, dass der Emittent das Zertifikat grundsätzlich auf der Basis dieser offen kommunizierten Preisfunktion sowohl verkauft als auch zurückkauft,<sup>14</sup> wobei der Rückkauf jederzeit vom Kunden veranlasst werden kann oder wie dargestellt durch Erreichen der oben angeführten Barrier quasi automatisch erfolgt. Dadurch wird letztlich ein neuer Finanztitel generiert, dessen Preis während der gesamten Laufzeit eine klar definierte Funktion einerseits am Markt beobachtbarer und andererseits vom Emittenten festgelegter Größen ist. Im Beispiel wird auf die entsprechende Preisfunktion von ABN AMRO zurückgegriffen, wobei diese nur eine Möglichkeit zur Ausgestaltung der hier betrachteten Produktinnovation darstellt.

Diese von ABN AMRO kommunizierte Preisfunktion ergibt sich als Summe aus dem aktuellen inneren Wert ( $S_t - X_L$ ) und den so genannten Finanzierungskosten im Betrachtungszeitpunkt  $t$ .<sup>15</sup> Die Finanzierungskosten sind als Differenz zwischen dem Basispreis und dem diskontierten Basispreis definiert, wobei die Diskontierung zum Marktzinssatz  $r$  zuzüglich einem von ABN AMRO für das jeweilige Underlying festgelegten Zuschlag  $z$  in Höhe von maximal 2 % erfolgt.<sup>16</sup> Der Preis der Zertifikate ist folglich unabhängig von der Volatilität des Underlyings.

Wie lässt sich die Preisfunktion von ABN AMRO ökonomisch interpretieren? Unter anderem vom hier betrachteten Emittenten wird in diesem Zusammenhang eine zunächst plausibel erscheinende Begründung kommuniziert: Die Finanzierungskosten seien als Zinsen für den vom Anleger nicht hinterlegten Kapitalanteil unterhalb des Basispreises zu interpretieren. Dies erweckt den Anschein, als würde der Emittent zur Absicherung das Underlying kaufen und hierfür einen Kredit in Höhe des Basispreises

<sup>13</sup> Turbo-Zertifikate mit konstanter oder gar keiner Restwertzahlung bei Knock-out sind in der Praxis seit Längerem bekannt. Zur Analyse entsprechender Long-Zertifikate vgl. *Fischer/Greistorfer/Sommersguter-Reichmann* (2002), *Scholz/Ammann/Baule* (2003).

<sup>14</sup> Von der in praxi vorliegenden Geld-Brief-Spanne wird hier abstrahiert. Vom Emittenten wurde auf Nachfrage bestätigt, dass die Preisstellung des Zertifikates während der Laufzeit ebenfalls gemäß der Ermittlung des Restwertes bei Knock-out erfolgt. In der Produktbroschüre „Turbo und Short Zertifikate“ wird hingegen eine geringfügig modifizierte Preisstellung angegeben, die für Anleger leichter verständlich ist und bei geeigneter Adjustierung der Inputparameter (nahezu) identische Preise liefert. Vgl. *ABN AMRO* (2003), S. 6-8.

<sup>15</sup> Vgl. *ABN AMRO* (2002b), S. 29-33. Die Finanzierungskosten verringern sich allgemein um den Barwert etwaiger während der Laufzeit des Zertifikates erwarteter Dividenden. Für den betrachteten Performanceindex DAX ist dieser null. Daher wird hier und in den folgenden Darstellungen auf eine Einbeziehung erwarteter Dividendenzahlungen verzichtet.

<sup>16</sup> Dieser Zuschlag wird vom Emittenten als „Zinsmarge“ bezeichnet. Vgl. *ABN AMRO* (2003), S. 12.

aufnehmen, dessen Zinszahlungen über die Finanzierungskosten an den Anleger weitergegeben werden.<sup>17</sup>

Die tatsächliche ökonomische Bedeutung dieser Preisfunktion wird aber transparent, wenn (1) umgeformt wird:

$$(2) \quad P_{L,t} = S_t - X_L e^{-(r+z)(T-t)}$$

$$= \underbrace{S_t - X_L e^{-r(T-t)}}_{\text{Wert Long-Forward}} + \underbrace{X_L e^{-r(T-t)} (1 - e^{-z(T-t)})}_{\text{Aufschlag } A_{L,t}}.$$

Der Preis eines Long-Zertifikates  $P_{L,t}$  setzt sich folglich zusammen aus dem in  $t$  aktuellen finanzmathematischen Wert einer Long-Forward-Position und einem von der dann vorliegenden Restlaufzeit abhängigen Aufschlag, der wesentlich von der Höhe des Zuschlags  $z$  determiniert wird. Wie noch ausführlich zu analysieren ist, „schmilzt“ dieser Aufschlag mit abnehmender Restlaufzeit des Produktes. Dieses Abschmelzen spiegelt das Gewinnpotenzial des Emittenten wider.

*Tabelle 2:*

**Exemplarische Marktdaten**

Aktueller Stand des DAX ( $S_0$ )	3.000
Volatilität ( $\sigma$ )	30 %
Kontinuierlicher risikoloser Marktzins ( $r$ )	2,5 %

Unter der Annahme eines vom Emittenten festgesetzten Zuschlags von  $z = 2\%$  ergibt sich heute (in  $t = 0$ ) für das exemplarische Zertifikat auf Basis der in Tabelle 2 angegebenen, hinsichtlich der Größenordnung realistischen Marktdaten gemäß (1) und (2) ein Preis von  $P_{L,0} = 1.088,01$ . Dieser kann aufgrund (1) als Summe des inneren Wertes (1.000) und der Finanzierungskosten (88,01) sowie nach (2) als Summe der Long-Forward-Position (1.049,38) und des Aufschlags (38,62) interpretiert werden.<sup>18</sup>

In Abbildung 1 sind die linearen Verläufe des Preises und des inneren Wertes des exemplarischen Zertifikates sowie der Wert der Long-Forward-Position in Abhängigkeit vom aktuellen DAX-Stand wiedergegeben. Die Verläufe sind parallel, wobei der Preis für einen gegebenen DAX-Stand höher ist als der innere Wert. Die Differenz gibt die Finanzierungskosten gemäß (1) wieder. Der Abstand zwischen dem Preis des Zertifikates und dem Wert der entsprechenden Long-Forward-Position entspricht dem in (2) definierten Aufschlag.

<sup>17</sup> Vgl. *ABN AMRO* (2003), S. 8, *BNP Paribas* (2002), S. 28-30.

<sup>18</sup> Geringe Abweichungen bei der Addition der angegebenen Werte sind auf Rundungen zurückzuführen.

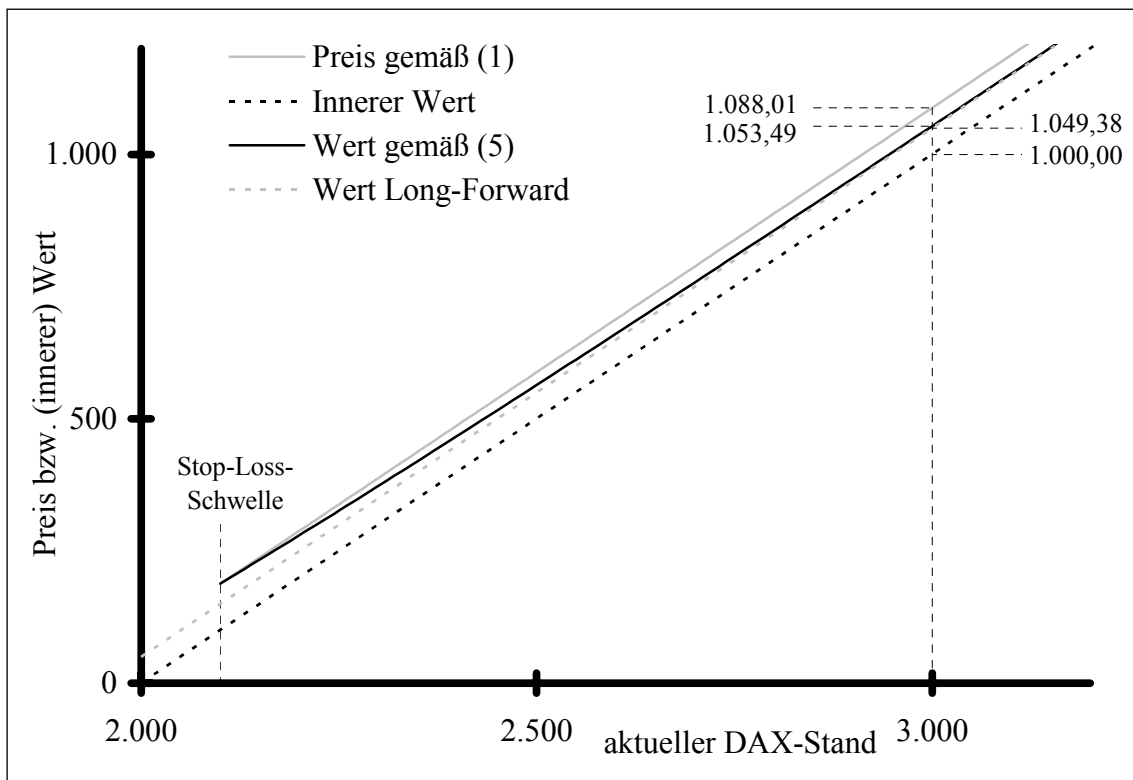


Abbildung 1: Werte und Preise des exemplarischen Long-Zertifikates in Abhängigkeit vom aktuellen Stand des DAX

Der Preis des Long-Zertifikates ist per definitionem von der Volatilität des Underlyings unabhängig. Dies wird – nicht nur in den Produktbeschreibungen von ABN AMRO – als eine aus Anlegersicht insbesondere gegenüber herkömmlichen Optionsscheinen vorteilhafte Charakteristik hervorgehoben und so als Verkaufsargument genutzt. Die „wirkliche“ Vorteilhaftigkeit der Long-Zertifikate kann jedoch nur über deren finanzmathematische Bewertung abgeschätzt werden.

## 2. Finanzmathematische Bewertung und Gewinnpotenzial

Im Extremfall eines sofortigen Rückverkaufs des Zertifikates durch den Anleger an den Emittenten entspricht der heutige Wert des Zertifikates gerade dem Preis gemäß (1). In allen anderen Fällen ist der Preis – wie im Weiteren gezeigt wird – höher als der Wert des Zertifikates. Der Preis kann insofern als Pendant zur Auszahlung eines amerikanischen Derivates interpretiert werden, dessen Wert durch sofortige Ausübung und nicht durch Halten gegeben ist. Beabsichtigt der Anleger jedoch, das Zertifikat nicht sofort an den Emittenten zurückzugeben, so fallen Wert und Preis auseinander. Dies gilt insbesondere bei Kauf des Zertifikates durch den Anleger bei einer (realitätsnah) unterstellten Haltedauer größer null. Bei Annahme einer solchen positiven Haltedauer ist der Wert des Zertifikates nun stets kleiner als dessen Preis. Der Preis kann insofern als Wertobergrenze für eine infinitesimal kurze Haltedauer interpretiert werden. Für die folgende finanzmathematische Bewertung wird angenommen, dass der Anleger beabsichtigt, das Zertifikat bis zur Fälligkeit zu halten. Es wird damit eine Art

Wertuntergrenze ermittelt. Eine anteilige Rückzahlung des Zertifikates ergibt sich unter dieser Annahme nur bei Knock-out. Dies erscheint aus Emittentensicht nicht zu restriktiv, wenn man berücksichtigt, dass der Emittent in der Regel einen Großteil der Zertifikate nach Rückkauf an andere Anleger weiterverkauft.<sup>19</sup> Selbstverständlich ließen sich auch andere Annahmen über das Rückgabeverhalten der Anleger treffen, wie ein beabsichtigter (Rück-)Verkauf an den Emittenten nach einem Monat oder ein bedingungsabhängiger Rückverkauf im Sinne eines investorindividuellen Stop-Loss. Letztlich wären diese aber wenig zielführend weil willkürlich.

Der finanzmathematische Wert des Zertifikates aus Emittentensicht wird im Rahmen der Modellwelt von *Black/Scholes/Merton* hergeleitet.<sup>20</sup> Um die zentralen Zusammenhänge herausarbeiten zu können, wird wie üblich von Transaktionskosten, Geld-Brief-Spannen, Bonitätsrisiken<sup>21</sup> und Steuern abstrahiert.<sup>22</sup>

Wenn zur Bestimmung des heutigen Wertes eines Long-Zertifikates ausschließlich das Rückzahlungsprofil bei Fälligkeit betrachtet und damit die Knock-out-Eigenschaft zunächst vernachlässigt wird, entspricht das Profil im positiven Bereich gerade dem einer Long-Forward-Position. Die Knock-out-Charakteristik des Zertifikates führt dazu, dass der Forward bei Erreichen der Stop-Loss-Schwelle glattgestellt wird, indem der Anleger den Forward gegen Zahlung des Restwertes veräußert. Dieses potenzielle künftige Glattstellen beeinflusst den heutigen Wert eines Forwards nicht, wenn der Restwert gerade dem dann gültigen Wert des Forwards entspricht. Würde der Emittent bei Erreichen der Stop-Loss-Schwelle also immer diesen „wahren“ Restwert eines entsprechenden Forwards zurückzahlen, wären die heutigen Werte des Zertifikates und des Forwards (in  $t = 0$ ) immer identisch mit  $S_0 - X_L e^{-rT}$ .

Der Emittent zahlt bei Knock-out aber einen Restwert gemäß (1) zurück, der den Wert eines Forwards um den bezogen auf die dann verbleibende Restlaufzeit anteiligen Aufschlag gemäß (2) übersteigt. Der Wert des Zertifikates lässt sich daher gedanklich in zwei Komponenten zerlegen: den Wert eines Forwards, der bei Erreichen der Stop-Loss-Schwelle zum „wahren“ Restwert glattgestellt wird, sowie den Barwert der potenziellen durch Knock-out bedingten anteiligen Rückzahlung des Aufschlags, wobei der Zuschlag  $z$  hier als konstant angenommen wird.<sup>23</sup> Der Barwert dieser anteiligen Rückzahlung des Aufschlags von Long-Zertifikaten  $Z_{L,0}$  ist gemäß der risikoneutralen Bewertungssystematik der risikoneutral erwartete Wert, diskontiert mit dem risikofreien

<sup>19</sup> Für den Anleger ist diese Annahme auch von Bedeutung, da der Emittent zwar bekundet, das Zertifikat vor Fälligkeit jederzeit zu einem Preis gemäß (1) zurückzukaufen, die rechtliche Verbindlichkeit dieser Absichtserklärung jedoch nicht gegeben ist. Den Autoren ist jedoch kein Fall bekannt, in dem ein entsprechender Rückkauf vom Emittenten verweigert wurde.

<sup>20</sup> Vgl. *Black/Scholes* (1973) und *Merton* (1973).

<sup>21</sup> Zu einer relativ einfachen Möglichkeit der Berücksichtigung von Bonitätsrisiken siehe *Hull/White* (1995).

<sup>22</sup> Über Modifikationen der im Weiteren beschriebenen Vorgehensweise ist eine Aufhebung der Prämissen möglich. Die hier dargestellten grundsätzlichen Zusammenhänge bleiben jedoch erhalten.

<sup>23</sup> Vgl. hierzu auch die Ausführungen im Abschnitt II.4.

Zins.<sup>24</sup> Er ergibt sich als Integral über den diskontierten Payoff zum Zeitpunkt des Knock-out  $\tau$  (mit  $0 \leq \tau \leq T$ ), multipliziert mit der Dichtefunktion  $\psi$  des Payoff-Zeitpunkts:

$$(3) \quad Z_{L,0} = \int_0^T e^{-r\tau} X_L e^{-r(T-\tau)} (1 - e^{-z(T-\tau)}) \psi(\tau) d\tau$$

$$= e^{-rT} X_L \int_0^T (1 - e^{-z(T-\tau)}) \psi(\tau) d\tau.$$

Die so genannte „first passage time density“  $\psi$ , welche die Dichte der Zufallsvariable Knock-out-Zeitpunkt beschreibt, besitzt im Rahmen der Modellwelt von Black/Scholes/Merton die Form<sup>25</sup>

$$(4) \quad \psi(\tau) = \frac{\ln(S_0/B_L)}{\sigma \sqrt{\tau^3}} N' \left( \frac{\ln(S_0/B_L) + (r - \sigma^2/2) \tau}{\sigma \sqrt{\tau}} \right)$$

wobei  $N'$  die Dichte der Standardnormalverteilung bezeichnet. Der heutige Wert eines Long-Zertifikates  $W_{L,0}$  beträgt somit:

$$(5) \quad W_{L,0} = S_0 - X_L e^{-rT} + Z_{L,0}.$$

Für das betrachtete Zertifikat ergibt sich ein Wert von  $W_{L,0} = 1.053,49$ .<sup>26</sup> Die finanzmathematischen Werte gemäß (5) sind in Abhängigkeit vom aktuellen DAX-Stand in Abbildung 1 dargestellt. Besonders interessant ist der Vergleich dieser Werte mit den Preisen sowie den inneren Werten. Der finanzmathematische Wert weist im Gegensatz zum Preis und zum inneren Wert des Zertifikates keinen linearen Verlauf auf. Mit sinkenden DAX-Ständen nähert sich der Wert dem Preis an, da ein Knock-out wahrscheinlicher wird. Für steigende DAX-Stände konvergiert der Wert des Zertifikates gegen den Wert einer klassischen Long-Forward-Position, da ein Knock-out unwahrscheinlicher wird. Grundsätzlich zahlt der Anleger bei Kauf im Vergleich zum finanzmathematischen Wert einen überhöhten Preis. Anders formuliert würde ein im Sinne der Modellwelt rational handelnder Anleger solche Zertifikate sofort verkaufen beziehungsweise letztlich gar nicht erst erwerben. Die hier nicht als Gegenstand der Untersuchung definierte potenzielle Sinnhaftigkeit, ein solches Zertifikat zu erwerben, ergibt sich – wie auch für andere Finanztitel – bekanntlich bei Aufhebung der oben unterstellten Prämissen. Hierzu zählt unter anderem die Berücksichtigung von Marktunvollkommenheiten wie Transaktionskosten oder Marktzugangsbeschränkungen.

<sup>24</sup> Zur risikoneutralen Bewertungssystematik siehe beispielsweise Hull (2003), S. 244-246.

<sup>25</sup> Vgl. Rich (1994), S. 275. Rein formal erfordert diese Darstellung  $P(\tau \leq \infty) = 1$ . Für die Gültigkeit der Formel kann hiervon jedoch bei Betrachtung von Zertifikaten mit endlicher Laufzeit abstrahiert werden.

<sup>26</sup> Der Wert von  $Z_{L,0}$  wird hier numerisch berechnet. Zur numerischen Auswertung linearer Funktionale siehe z. B. Schaback/Werner (1993), S. 161-185.

Die Differenz zwischen Preis und Wert des Zertifikates kann auch als heutiger Wert des Aufschlags  $A_{L,0}^*$  in (2) interpretiert werden. Er ergibt sich alternativ als Differenz zwischen dem Aufschlag  $A_{L,0}$  und dem Barwert  $Z_{L,0}$  der potenziellen durch Knock-out bedingten anteiligen Rückzahlung des Aufschlags:

$$(6) \quad A_{L,0}^* = P_{L,0} - W_{L,0} = A_{L,0} - Z_{L,0}.$$

Wesentlichen Einfluss auf den Wert  $A_{L,0}^*$  besitzt die Volatilität des Underlyings. In Abbildung 2 ist dieser Zusammenhang für das exemplarische Zertifikat für verschiedene aktuelle DAX-Stände dargestellt. Bei einer Volatilität unterhalb von etwa 10 % entspricht  $A_{L,0}^*$  dem Aufschlag bei Emission von 38,62, da die (risikoneutrale) Wahrscheinlichkeit des Knock-out während der Laufzeit in diesem Bereich für die dargestellten DAX-Stände annähernd null ist. Eine höhere Volatilität bedingt ceteris paribus eine höhere Knock-out-Wahrscheinlichkeit und damit einen geringeren heutigen Wert  $A_{L,0}^*$ . Für das beispielhafte Zertifikat ergibt sich bei einer Volatilität von 30 % ein Wert von  $A_{L,0}^* = 34,51$ . Die (risikoneutrale) Wahrscheinlichkeit des Knock-out beträgt hier 25,35 %.<sup>27</sup> Höhere DAX-Stände führen ceteris paribus zu einer geringeren Knock-out-Wahrscheinlichkeit und einem höheren Wert des Aufschlags und vice versa.

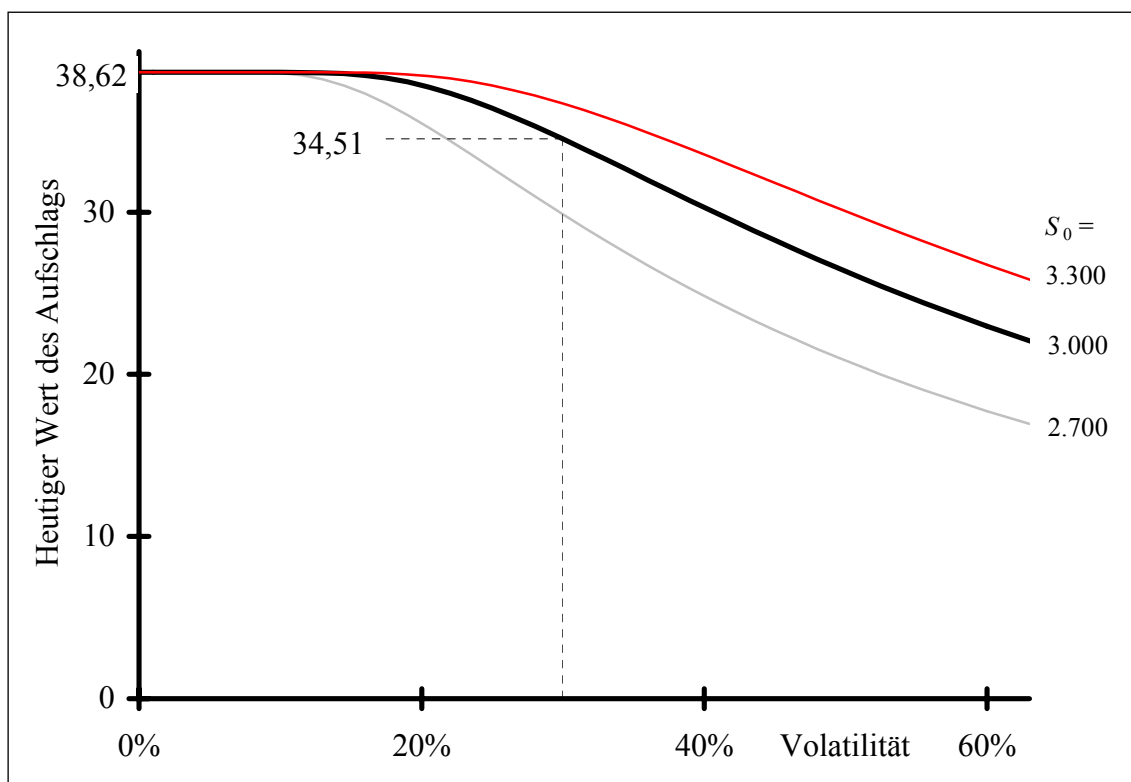


Abbildung 2: Heutiger Wert des Aufschlags beim exemplarischen Long-Zertifikat für verschiedene aktuelle DAX-Stände in Abhängigkeit von der Volatilität

<sup>27</sup> Zur Berechnung dieser Knock-out-Wahrscheinlichkeit siehe den Anhang.

### 3. Hedging und Zeitabhängigkeit des eingepreisten Aufschlags

In der Praxis sichern sich Emittenten strukturierter Produkte nahezu zeitgleich mit der Emission gegen Marktrisiken ab, wobei regelmäßig Mikro-Hedges angewendet werden. Eine aus Emittentensicht wünschenswerte Charakteristik von Hedging-Strategien ist, dass dabei kein oder nur ein geringes Basisrisiko verbleibt. Darüber hinaus sollten aus dem Hedge möglichst niedrige Transaktionskosten resultieren. Letzteres leisten insbesondere statische Hedging-Strategien, die im Gegensatz zu dynamischen keine Anpassungen des Hedge-Portfolios während der Produktlaufzeit erfordern. Die Besonderheit und aus Emittentensicht zugleich hohe Attraktivität der hier betrachteten Zertifikate besteht darin, dass eine solche – sehr einfache – Hedging-Strategie existiert.

Das für den Emittenten mit dem Verkauf der Long-Zertifikate verbundene Risiko ist darin zu sehen, dass es an einem a priori nicht bekannten Zeitpunkt während der Laufzeit zu einer über die Gleichung (2) festgelegten Zahlung an den Anleger führt. Diese Zahlung ist entweder bei Knock-out, bei vorzeitigem Rückkauf oder bei Fälligkeit zu leisten. Wie dargestellt kann der Preis als Summe aus dem Wert der Long-Forward-Position und dem Aufschlag interpretiert werden. Um diesen Preis jederzeit leisten zu können, bietet es sich für den Emittenten an, sich zunächst über Eingehen einer entsprechenden Long-Forward-Position gegenüber Verlustrisiken abzusichern. Bei Emission (Verkauf) des Zertifikates und Kauf des Forwards in  $t = 0$  verbleibt dann gerade der Aufschlag:

$$(7) \quad A_{L,0} = X_L e^{-rT} (1 - e^{-zT}).$$

In Summe reichen die Long-Forward-Position und dieser Aufschlag in jedem Fall aus, die Verpflichtung des Emittenten zum Rückkauf des Zertifikates zu einem Preis gemäß (1) abzudecken. Da diese Summe die Zahlungsverpflichtung des Emittenten in der Regel übersteigt, handelt es sich folglich nicht um eine „klassische“ Replikation der Auszahlungsfunktion.

Für das exemplarische Zertifikat ergibt sich gemäß (7) ein (absoluter) Aufschlag von 38,62. Bezogen auf den Zertifikatspreis von 1.088,01 entspricht dies einem relativen Aufschlag von 3,55 %. Da der Aufschlag vom Emittenten insbesondere über die Festlegung des Zuschlags  $z$  gesteuert wird, sind in Abbildung 3 für das exemplarische Zertifikat die Aufschläge für Zuschläge  $z$  in Höhe von 0,5 %, 1,0 %, 1,5 % und 2,0 % jeweils in Abhängigkeit von der (Rest-)Laufzeit dargestellt.

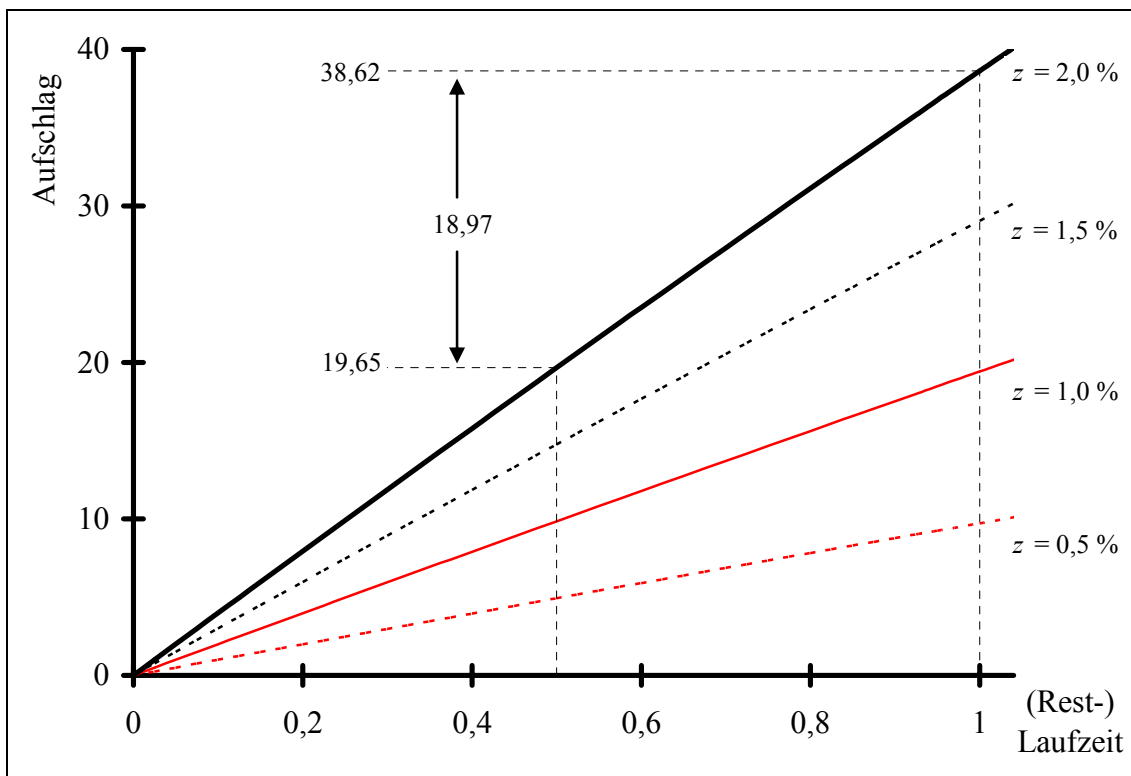


Abbildung 3: Aufschlag beim Long-Zertifikat für verschiedene Zuschläge in Abhängigkeit von der (Rest-)Laufzeit

Abbildung 3 verdeutlicht, dass der bei Emission (Verkauf) vom Emittenten vereinbarte Aufschlag erwartungsgemäß mit höheren Zuschlägen  $z$  ansteigt. Interessanterweise sind die relativen Aufschläge pro Jahr fast doppelt so hoch wie die kommunizierten Zuschläge  $z$ . Dieser erhebliche Unterschied ist darauf zurückzuführen, dass sich  $z$  auf den Basispreis und der Aufschlag auf den Preis des Zertifikates bezieht.

Der bei Emission (Verkauf) eingepreiste Aufschlag wird vom Emittenten jedoch nur dann vollständig als Bruttogewinn<sup>28</sup> realisiert, wenn – wie bereits gezeigt – der Anleger das Zertifikat bis zum Laufzeitende hält. Bei einem vorzeitigen Knock-out oder (Rück-)Verkauf an den Emittenten erhält der Anleger quasi einen Teil dieses Aufschlags zurückerstattet. Abbildung 3 gibt dieses Abschmelzen des Aufschlags für verschiedene Zuschläge wieder. Kauft ein Anleger beispielsweise das exemplarische Zertifikat mit einjähriger (Rest-)Laufzeit und verkauft es ceteris paribus nach einem halben Jahr an den Emittenten, so reduziert sich der anfänglich vereinbarte Aufschlag von 38,62 auf einen beim Emittenten verbleibenden Betrag von 18,97.<sup>29</sup>

Diese Verringerung des eingepreisten Aufschlags über die Zeit spiegelt sich prinzipiell in den Ergebnissen der eingangs zitierten empirischen Untersuchungen zur

<sup>28</sup> Um zum Nettogewinn zu gelangen, sind hiervon die Kosten der Strukturierung, des Vertriebs etc. abzuziehen. Da diese Größen extern nicht genau zu bestimmen sind, beziehen sich die weiteren Ausführungen auf den Bruttogewinn.

<sup>29</sup> Auf die Berücksichtigung von Zinseffekten wird hier Komplexität reduzierend verzichtet.

Preisstellung strukturierter Produkte wider. Nahe den Emissionsphasen wurden überwiegend relativ hohe Preisdifferenzen festgestellt, die in späteren Produktlebensphasen in der Regel geringer wurden. Diese Ergebnisse sind möglicherweise über ein analoges systematisches Einpreisen eines über die Zeit abnehmenden Aufschlags durch die Emittenten erklärbar. Hierfür potenziell zugrunde liegende Algorithmen zur Preisstellung werden von den Emittenten jedoch nicht kommuniziert.

Der Preis und der Aufschlag des exemplarischen Long-Zertifikates sind – wie dargelegt – unabhängig von der Volatilität des Underlyings. Wird vom Emittenten ein Zuschlag von  $z = 0$  angesetzt, folgt hieraus für den Aufschlag in (2) ein Wert von null. Preis und Wert des Long-Zertifikates sind dann identisch und entsprechen gerade dem Wert der Long-Forward-Position. Erst durch das Einpreisen von  $z > 0$  ändert sich dieser Sachverhalt und der Preis des Zertifikates steigt in Höhe des Aufschlags über den Wert der entsprechenden Forward-Position.

Die Darstellungen zusammenfassend kann konstatiert werden, dass die einfache und für Anleger nachvollziehbare Preisstellung des Emittenten gemäß (2) einen teilweise erheblichen Aufschlag für den Emittenten impliziert. Auf Basis der unterstellten Hedging-Strategie wird dieser jedoch nur dann in voller Höhe realisiert, wenn die Zertifikate nicht ausgeknockt oder von den Anlegern vorzeitig an den Emittenten verkauft werden. Zugleich ist der Hedge sehr einfach und kostengünstig möglich. Während der Preis der Zertifikate und der Aufschlag grundsätzlich von der Volatilität des Underlying unabhängig sind, gilt dies nicht für den Wert des Zertifikates und den heutigen Wert des Aufschlags.

#### *4. Preisstellung in der Praxis*

Um einen Eindruck von dem in praxi eingepreisten Aufschlag zu erhalten, wurden für die Stichtage 15.5.2003 und 26.9.2003 jeweils sämtliche ausstehenden Long-Zertifikate von ABN AMRO auf die Performanceindizes DAX sowie TECDAX bewertet. Die bewertungsrelevanten Stände dieser Indizes lagen am ersten Stichtag bei 2.930,41 beziehungsweise 388,46 und am zweiten bei 3.314,97 und 483,53. Tabelle 3 fasst die Ergebnisse zusammen. Über die Betrachtung zweier Stichtage wird die Verringerung des Aufschlags über die Zeit deutlich. Alle am ersten Stichtag vorliegenden Zertifikate weisen am zweiten Stichtag (gut vier Monate später) erheblich reduzierte Aufschläge auf.

*Tabelle 3*  
**Long-Zertifikate (Bezugsverhältnis jeweils 1:100)<sup>30</sup>**

Stich- tag	WKN	Underlying	$X_L$	$B_L$	Rest- laufzeit	Preis <sup>31</sup>	Auf- schlag	$z$	Wert des Aufschlags
15.5.2003	721 679	DAX	2.000	2.100	0,49	9,715	0,188	1,9 %	0,152
	674 955	DAX	1.800	1.860	0,49	11,675	0,170	1,9 %	0,151
	237 462	TECDAX	300	318	0,41	0,955	0,042	3,2 %	0,025
	237 467	TECDAX	250	265	0,41	1,445	0,037	3,4 %	0,031
26.9.2003	721 679	DAX	2.000	2.100	0,10	13,250	0,057	2,6 %	0,055
	674 955	DAX	1.800	1.860	0,10	15,240	0,052	2,7 %	0,050
	329 939	TECDAX	450	480	0,42	0,405	0,030	1,5 %	0,001
	325 741	TECDAX	400	430	0,42	0,905	0,034	1,9 %	0,015
	238 809	TECDAX	350	371	0,42	1,395	0,029	1,8 %	0,018
	237 462	TECDAX	300	318	0,03	1,845	0,008	[9,4 %]	0,008
	237 467	TECDAX	250	265	0,03	2,345	0,008	[11,7 %]	0,008

Die durchschnittlich eingepreisten, also auf Basis der Marktpreise berechneten Zuschläge  $z$  betragen zwischen 2 % und 3 % bezogen auf den Mittelkurs. Damit liegen diese Zuschläge teilweise oberhalb des von ABN AMRO kommunizierten Maximalwertes von 2 %. Zu beachten ist hierbei allerdings die prozentual sehr hohe Geld-Brief-Spanne, die die Zahlen etwas verzerrt.<sup>32</sup> Festzuhalten ist ferner, dass der Zuschlag über die Laufzeit eines Zertifikates nicht konstant ist.<sup>33</sup> Bemerkenswert ist auch der sehr geringe Wert des Aufschlags beim TECDAX-Zertifikat mit der Wertpapierkennnummer 329 939 in Höhe von lediglich 0,001. Dies ist mit dem nur knapp oberhalb der Barrier des Zertifikates befindlichen aktuellen TECDAX-Stand und der damit verbundenen sehr hohen Knock-out-Wahrscheinlichkeit zu erklären. In einem solchen Fall ist die Differenz zwischen Preis und Wert – wie auch über Abbildung 1 ersichtlich – sehr gering.

<sup>30</sup> Diese Informationen wurden den Internetseiten des Finanzportals [www.onvista.de](http://www.onvista.de) entnommen. Gleiches gilt für die in Tabelle 4 verwendeten Daten.

<sup>31</sup> Die Angaben beziehen sich auf den mittleren Preis. Die Geld-Brief-Spannen für den DAX beziehungsweise für den TECDAX betragen am ersten Stichtag 0,03 und 0,05. Am zweiten Stichtag liegt für den DAX eine reduzierte Spanne von 0,02 vor.

<sup>32</sup> Die sehr hohen Werte der Zuschläge  $z$  für die Zertifikate mit den WKN 237 462 und 237 467 sind auf die extrem kurzen Restlaufzeiten zurückzuführen und daher weniger aussagekräftig.

<sup>33</sup> Aus möglichen Änderungen der Zuschläge ergibt sich für den Emittenten ein zusätzliches Erfolgspotenzial.

### III. Short-Zertifikate

#### 1. Funktionsweise und Preisstellung

In analoger Vorgehensweise zu Kapitel II werden im Folgenden Short-Zertifikate dargestellt und hinsichtlich der Preisstellung untersucht. Hierüber gelingt es, wesentliche Gemeinsamkeiten, aber auch Unterschiede zwischen diesen beiden Varianten von Turbo-Zertifikaten aufzuzeigen. Den Ausführungen liegt ein exemplarisches Short-Zertifikat zugrunde, dessen wesentliche Charakteristika denen eines realen Zertifikates von ABN AMRO mit der Wertpapierkennnummer 658 072 entsprechen. Die zentralen Ausstattungsmerkmale dieses Short-Zertifikates auf den DAX sind der Basispreis von  $X_S = 4.800$  sowie die Stop-Loss-Schwelle (Barrier) in Höhe von  $B_S = 4.650$ . Für die (Rest-)Laufzeit wird wiederum  $T = 1$  unterstellt.<sup>34</sup>

Der Inhaber des Zertifikates erhält bei Fälligkeit in  $T$  eine Zahlung in Höhe des dann gültigen aktuellen inneren Wertes  $X_S - S_T$ , falls der Index über die gesamte Laufzeit des Zertifikates unterhalb der Barrier notiert.<sup>35</sup> Für das exemplarische Short-Zertifikat folgt in diesem Fall ein Rückzahlungsbetrag von  $4.800 - S_T$ . Wird die Barrier  $B_S$  hingegen während der Laufzeit berührt oder überschritten, so wird das Zertifikat „ausgeknockt“ und der Inhaber erhält vom Emittenten einen Restwert in Höhe des inneren Wertes zum Zeitpunkt des Knock-out ausgezahlt.<sup>36</sup> Gegenüber Long-Zertifikaten werden bei der Bestimmung des Restwertes keine Finanzierungskosten berücksichtigt.<sup>37</sup>

Die wesentliche Besonderheit des hier betrachteten innovativen Short-Zertifikates ist, dass der Emittent das Short-Zertifikat auch während der Laufzeit zum jeweils aktuellen inneren Wert, das heißt zu einem Preis  $P_{S,t}$  gemäß der Funktion (8) verkauft beziehungsweise zurückkauft.<sup>38</sup> Damit ist auch der Preis von Short-Zertifikaten unab-

<sup>34</sup> Die Laufzeit des realen Zertifikates betrug bei Emission am 24.6.2002 circa 1,4 Jahre (Fälligkeitstag: 1.11.2003).

<sup>35</sup> Auch für Short-Zertifikate sind in der Praxis regelmäßig von eins abweichende Bezugsverhältnisse zu beobachten.

<sup>36</sup> Im Verkaufsprospekt wird diese Rückzahlung bei vorzeitigem Knock-out verbindlich festgelegt. Vgl. *ABN AMRO* (2002b), S. 8-12. Der Emittent behält sich jedoch zur Bestimmung des Restwertes analog zu den Long-Zertifikaten eine dreistündige Frist vor, innerhalb derer die zugrunde liegende Hedge-Position glattgestellt und der Restwert festgestellt wird. Von dieser Praxisusance wird im Folgenden wiederum abstrahiert.

<sup>37</sup> Im Gegensatz zu Long-Zertifikaten führt ein Finanzierungskostensatz größer null zu einer Verringerung der Preise von Short-Zertifikaten. Die Nicht-Berücksichtigung des Finanzierungskostensatzes bei Short-Zertifikaten impliziert folglich ein erhöhtes Erfolgspotenzial für den Emittenten.

<sup>38</sup> Von der in praxi vorliegenden Geld-Brief-Spanne wird hier abstrahiert. In der Produktbroschüre „Turbo und Short Zertifikate“ von 2002 (*ABN AMRO* (2002a), S. 7-9) wird diese Preisstellung direkt kommuniziert. In der Broschüre von 2003 (*ABN AMRO* (2003), S. 7-9) wird eine geringfügig abweichende Preisstellung angegeben, die jedoch bei geeigneter Wahl der Parameter zu nahezu identischen Preisen führt. Auf Nachfrage wurde von ABN AMRO bestätigt, dass auch die Preisstellung zum inneren Wert erfolgt.

hängig von der Volatilität des Underlyings.<sup>39</sup> Die Bedeutung dieses Preises von Short-Zertifikaten wird wiederum durch Umformen der Preisfunktion aufgezeigt:

$$(8) \quad P_{S,t} = X_S - S_t$$

$$= \underbrace{X_S e^{-r(T-t)} - S_t}_{\text{Wert Short-Forward}} + \underbrace{X_S (1 - e^{-r(T-t)})}_{\text{Aufschlag } A_{S,t}}$$

Analog zu Long-Zertifikaten lässt sich der Preis von Short-Zertifikaten zum Zeitpunkt  $t$  gedanklich als Summe des finanzmathematischen Wertes einer Short-Forward-Position und eines von der dann gültigen Restlaufzeit abhängigen Aufschlags interpretieren. Letzterer hängt im Gegensatz zu den Long-Zertifikaten aber nicht von einem vom Emittenten festgesetzten Zuschlag  $z$  ab, sondern ausschließlich von der Höhe des Marktzinssatzes  $r$ . Analog zum Aufschlag der Long-Zertifikate verringert sich auch  $A_{S,t}$  mit abnehmender Restlaufzeit des Short-Zertifikates und gibt damit das Gewinnpotenzial des Emittenten über die Zeit wieder.

Auf der Grundlage der Daten in Tabelle 2 ergeben sich für das exemplarische Short-Zertifikat sowohl Preis als auch innerer Wert zu 1.800. Beide können gemäß (8) als Summe aus der Short-Forward-Position (1.681,49) und dem Aufschlag (118,51) interpretiert werden.

Der Preis (gleich innere Wert) des Short-Zertifikates und der Wert der entsprechenden Short-Forward-Position sind neben dem im Folgenden abgeleiteten (finanzmathematischen) Wert des Zertifikates in Abbildung 4 in Abhängigkeit vom aktuellen DAX-Stand dargestellt. Der Abstand zwischen den parallelen Verläufen von Preis des Zertifikates und Wert des Short-Forward entspricht dem in (8) definierten Aufschlag. Analog zu Long-Zertifikaten ist auch der Preis des Short-Zertifikates  $P_{S,t}$  per definitionem von der Volatilität des Underlyings unabhängig, was – wie bereits ausgeführt – von Emittenten als gegenüber herkömmlichen Put-Optionsscheinen vorteilhafte Eigenschaft für Anleger herausgestellt wird. Eine objektive Beurteilung dieser vermeintlichen relativen Vorteilhaftigkeit der Short-Zertifikate ist jedoch wiederum nur auf der Grundlage einer entsprechenden finanzmathematischen Bewertung möglich.

<sup>39</sup> Zur Analyse herkömmlicher Short-Zertifikate, für die keine entsprechende Preisstellung des Emittenten über die Laufzeit vorliegt, vgl. *Fischer/Geistorfer/Sommersguter-Reichmann* (2003), *Baule/Scholz/Wilkens* (2004).

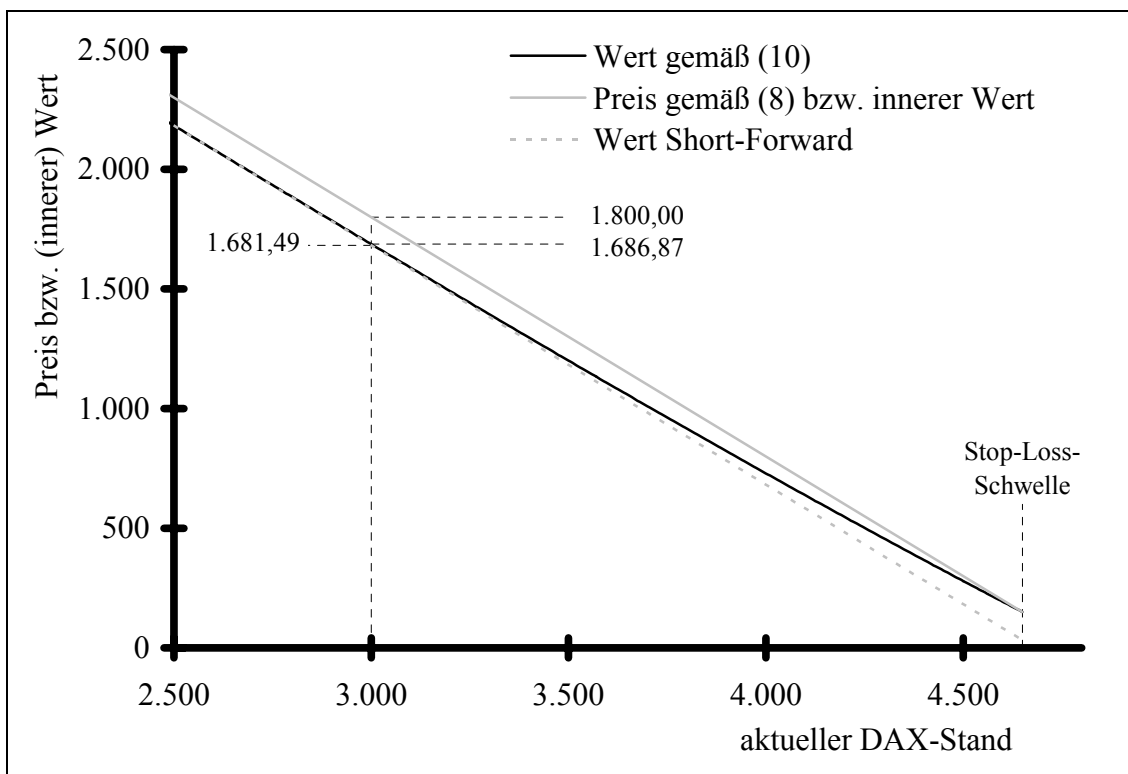


Abbildung 4: Werte und Preise des exemplarischen Short-Zertifikates in Abhängigkeit vom aktuellen Stand des DAX

## 2. Finanzmathematische Bewertung und Gewinnpotenzial

Der heutige Wert eines Short-Zertifikates entspricht bei sofortigem Rückverkauf an den Emittenten gerade wieder dem hierüber erzielbaren Preis in Höhe des aktuellen inneren Wertes. Sollte der Anleger das Zertifikat jedoch nicht sofort an den Emittenten zurückverkaufen, so gilt diese Übereinstimmung von Wert und Preis nicht. Die finanzmathematische Bewertung der Short-Zertifikate erfolgt wie die der Long-Zertifikate auf der Basis der Modellwelt von *Black/Scholes/Merton*.<sup>40</sup> Hierbei wird zunächst wieder angenommen, dass der Anleger das Zertifikat bis zur Fälligkeit beziehungsweise bis zum Knock-out hält. Der finanzmathematische Wert eines Short-Zertifikates  $W_{S,0}$  in  $t=0$  ergibt sich dann analog zu dem von Long-Zertifikaten als Summe aus dem Wert der Short-Forward-Position und dem Barwert der potenziellen Rückzahlung des Aufschlags bei Knock-out:<sup>41</sup>

<sup>40</sup> Dabei wird wiederum von Transaktionskosten, Geld-Brief-Spannen, Bonitätsrisiken und Steuern abstrahiert.

<sup>41</sup> Die first passage time density für  $S_0 < B$  entspricht der für  $S_0 > B$  mit negativem Vorzeichen, vgl. *Rich* (1994), S. 275.

$$(9) \quad W_{S,0} = X_S e^{-rT} - S_0 + Z_{S,0} \\ = X_S e^{-rT} - S_0 + X_S \int_0^T e^{-r\tau} (1 - e^{-r(T-\tau)}) (-\psi(\tau)) d\tau.$$

Hierbei kennzeichnet  $Z_{S,0}$  den heutigen Wert der durch einen potenziellen Knock-out in  $\tau$  bedingten anteiligen Rückzahlung des Aufschlags an den Anleger. Da im Gegensatz zum Long-Zertifikat bei Knock-out eine betragsmäßig fixierte Rückzahlung in Höhe von  $X_S - S_\tau = X_S - B_S$  vorliegt, ist das Short-Zertifikat in ökonomischer Hinsicht identisch mit einem entsprechenden Up-and-out-Put. Solche Puts haben dasselbe Rückzahlungsprofil wie geläufige Plain-Vanilla-Puts, mit der Zusatzbedingung, dass eine Rückzahlung bei Fälligkeit nur dann erfolgt, wenn der Kurs des Underlyings während der gesamten Laufzeit eine obere Schwelle nicht erreicht oder überschreitet. Ist dies der Fall, wird der Put ausgeknockt und zahlt unmittelbar einen fixierten Restwert, den so genannten Rebate. Bei einem Rebate in Höhe der Differenz aus Basispreis und Barrier ist diese Charakteristik gerade identisch mit der eines Short-Zertifikates. Der Wert eines solchen Short-Zertifikates auf den DAX entspricht daher dem eines Up-and-out-Puts und bestimmt sich gemäß der hierfür bekannten Formel alternativ über<sup>42</sup>

$$(10) \quad W_{S,0} = X_S e^{-rT} N(-x + \sigma\sqrt{T}) - S_0 N(-x) \\ + S_0 (B_S / S_0)^{2\lambda} N(-y) - X_S e^{-rT} (B_S / S_0)^{2\lambda-2} N(-y + \sigma\sqrt{T}) \\ + (X_S - B_S) [(B_S / S_0)^{2\lambda-1} N(-y) + (S_0 / B_S) N(-y + 2\lambda\sigma\sqrt{T})] \\ \text{mit } x = \frac{\ln(S_0 / B_S)}{\sigma\sqrt{T}} + \lambda\sigma\sqrt{T}, \quad y = \frac{\ln(B_S / S_0)}{\sigma\sqrt{T}} + \lambda\sigma\sqrt{T} \text{ und } \lambda = \frac{r + \sigma^2/2}{\sigma^2},$$

wobei  $N$  die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung bezeichnet.

Auf Basis der Marktdaten in Tabelle 2 ergibt sich der heutige Wert des exemplarischen Zertifikates über (10) zu  $W_{S,0} = 1.686,87$ . In Abbildung 4 ist der nichtlineare Wertverlauf des Zertifikates in Abhängigkeit vom aktuellen DAX-Stand wiedergegeben. Mit steigenden DAX-Ständen nähert sich der Wert dem Preis an, da die Wahrscheinlichkeit des Knock-out zunimmt. Für sinkende DAX-Stände konvergiert der Wert des Short-Zertifikates gegen den Wert einer klassischen Short-Forward-Position, da ein Knock-out zunehmend unwahrscheinlicher wird. Analog zu Long-Zertifikaten liegt der Preis des Zertifikates gemäß (8) für  $S_t < B_S$  grundsätzlich über dessen Wert, so dass der Anleger beim Kauf wiederum einen überhöhten Preis zahlt.

Die Differenz zwischen Preis und Wert des Short-Zertifikates ist auch hier als heutiger Wert des Aufschlags  $A_{S,0}^*$  gemäß (8) interpretierbar und kann alternativ über die Differenz zwischen dem Aufschlag  $A_{S,0}$  und dem Barwert  $Z_{S,0}$  bestimmt werden:

<sup>42</sup> Vgl. Rubinstein/Reiner (1991a), S. 34 f., Rich (1994), S. 282-290, Hull (2003), S. 440.

$$(11) A_{S,0}^* = P_{S,0} - W_{S,0} = A_{S,0} - Z_{S,0}.$$

Dieser Wert des Aufschlags wird ebenso wie der von Long-Zertifikaten insbesondere vom aktuellen Stand und der Volatilität des Underlyings beeinflusst.

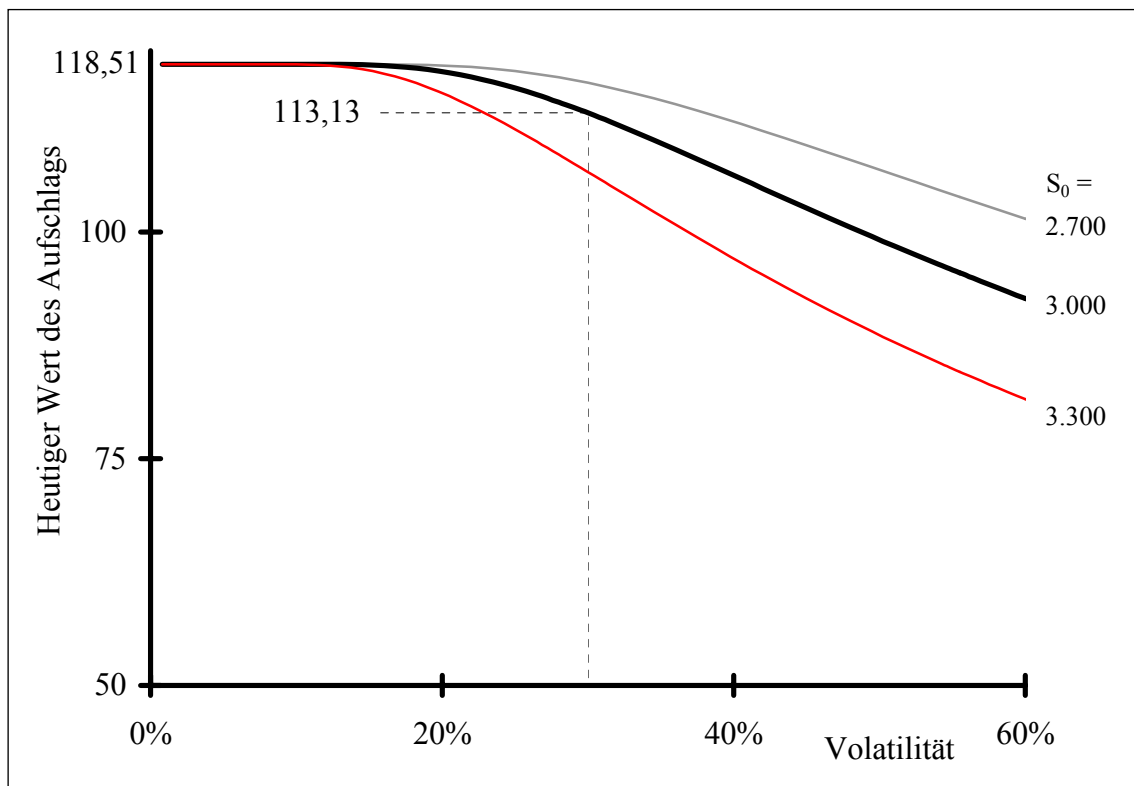


Abbildung 5: Heutiger Wert des Aufschlags beim exemplarischen Short-Zertifikat für verschiedene aktuelle DAX-Stände in Abhängigkeit von der Volatilität

Abbildung 5 gibt diese Zusammenhänge für das exemplarische Short-Zertifikat wieder. Bei Volatilitäten unterhalb von circa 15 % ist die (risikoneutrale) Wahrscheinlichkeit eines Knock-out vor Fälligkeit für die betrachteten aktuellen DAX-Stände nahe null. Der heutige Wert  $A_{S,0}^*$  entspricht somit dem Aufschlag bei Emission in Höhe von 118,51. Eine höhere Volatilität impliziert eine höhere Wahrscheinlichkeit des Knock-out und damit einer anteiligen Rückzahlung des Aufschlags an den Anleger vor Fälligkeit, was zu einem geringeren Wert  $A_{S,0}^*$  führt. Bei einer Volatilität von 30 % und einem DAX-Stand von 3.000 beträgt der heutige Wert des Aufschlags für das exemplarische Zertifikat 113,13. Die (risikoneutrale) Wahrscheinlichkeit des Knock-out beträgt hier 13,05 %.<sup>43</sup> Für höhere DAX-Stände erhöht sich die Knock-out-Wahrscheinlichkeit, was einen niedrigeren heutigen Wert des Aufschlags impliziert und vice versa.

<sup>43</sup> Zur Berechnung dieser Knock-out-Wahrscheinlichkeit siehe den Anhang.

### 3. Hedging und Zeitabhängigkeit des eingepreisten Aufschlags

Analog zu Long-Zertifikaten besteht auch für Short-Zertifikate eine – sehr einfache – Hedging-Strategie, die eine hohe Attraktivität dieser innovativen Finanzprodukte für (potenzielle) Emittenten impliziert. Das mit der Emission von Short-Zertifikaten verbundene Verlustrisiko kann über Eingehen einer entsprechenden Short-Forward-Position vollständig vermieden werden. Bei Emission des Short-Zertifikates verbunden mit dem Eingehen eines entsprechenden Short-Forwards in  $t=0$  verbleibt beim Emittenten in Summe gerade der Aufschlag gemäß (8):

$$(12) \quad A_{S,0} = X_S (1 - e^{-rT}).$$

Wertmäßig übersteigt dieser Aufschlag zusammen mit der Short-Forward-Position potenzielle künftige Zahlungsverpflichtungen des Emittenten. Damit unterscheidet sich das zugrunde gelegte Hedgingkonzept analog zu dem des Long-Zertifikates von einer „klassischen“ Replikation der Auszahlungsfunktion, ist aber ebenso als Absicherungsstrategie geeignet. Für das exemplarische Short-Zertifikat bestimmt sich auf Basis der vorgegebenen Marktdaten ein (absoluter) Aufschlag von 118,51. Bezogen auf den Preis des Zertifikates von 1.800 entspricht dies einem relativen Aufschlag von 6,58 %.

In Abbildung 6 sind die Aufschläge des Short-Zertifikates in Abhängigkeit von der (Rest-)Laufzeit für verschiedene Marktzinssätze  $r$  dargestellt. Diese sind umso größer, je höher der Marktzinssatz  $r$  ist. Im Vergleich zum Long-Zertifikat fallen die (relativen) Aufschläge beim Short-Zertifikat erheblich höher aus. Jedoch werden auch diese Aufschläge vom Emittenten nur dann vollständig als Bruttogewinn realisiert, wenn der Anleger das Zertifikat bis zur Fälligkeit hält.

Abbildung 6 verdeutlicht das Abschmelzen des Aufschlags über die Zeit. Kauft ein Anleger das beispielhafte Short-Zertifikat mit einer (Rest-)Laufzeit von einem Jahr zu einem Preis in Höhe des inneren Wertes von 1.800, so zahlt er neben dem Wert des Short-Forwards von 1.681,49 einen Aufschlag von 118,51. Erfolgt nach 6 Monaten der Knock-out beziehungsweise verkauft der Anleger das Zertifikat zum Preis in Höhe des inneren Wertes an den Emittenten, so beträgt der an den Anleger zurückgezahlte Aufschlag ceteris paribus nun nur noch 59,63. Dem Emittenten verbleibt somit nach einem halben Jahr ungefähr die Hälfte des bei Verkauf vereinnahmten Aufschlags, konkret 58,89. Die Preisstellung des Emittenten beinhaltet also auch für Short-Zertifikate ein systematisches Einpreisen eines sich über die Zeit verringernden Aufschlags, dessen Höhe nicht nur einen durchschnittlichen Anleger überraschen dürfte.<sup>44</sup>

<sup>44</sup> Beispielsweise findet sich im März 2003 in einer deutschen Finanzzeitung folgendes Zitat: „Wegen ihrer fehlenden Volatilitätskomponente gelten Turbos allerdings als margenarm.“ (Nacken (2003), S. 21.)

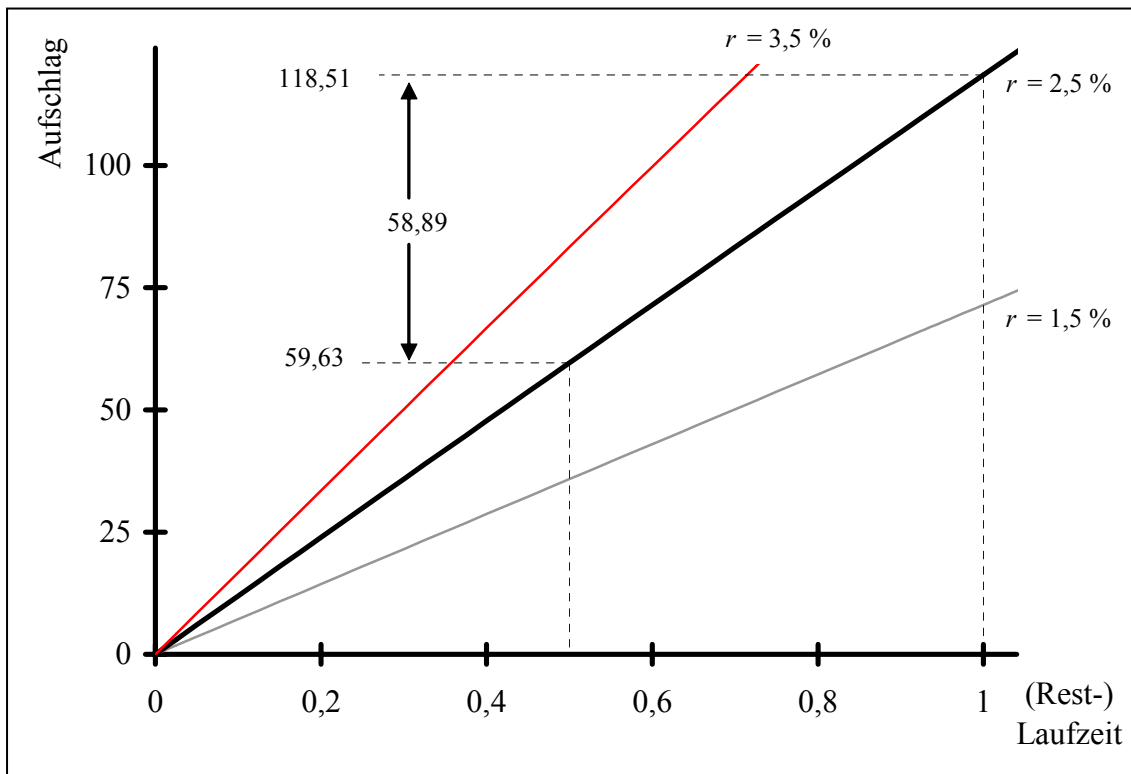


Abbildung 6: Aufschlag bei Short-Zertifikaten für verschiedene Marktzinssätze in Abhängigkeit von der (Rest-)Laufzeit

Über die Emission eines Short-Zertifikates in Verbindung mit dem Eingehen einer entsprechenden Short-Forward-Position erzielt der Emittent wie dargestellt einen Bruttogewinn, der im Fall des Ausknockens oder des Rückkaufs während der Laufzeit anteilig an den Anleger zurückgezahlt wird. Das Hedging des Short-Zertifikates über die Short-Forward-Position sichert den Emittenten wiederum vollständig gegen Verlustrisiken ab. Die Höhe des abschließend realisierten Bruttogewinns ist jedoch wie beim Long-Zertifikat unsicher.

Zusammenfassend ist festzustellen, dass es dem Emittenten – wie auch im Zusammenhang mit Long-Zertifikaten – gelingt, über die einfach verständliche und über die gesamte Laufzeit gültige Preisstellung zum inneren Wert des Short-Zertifikates eine hohe Akzeptanz dieses innovativen Finanzproduktes beim Anleger zu erzielen und gleichzeitig einen erheblichen Bruttogewinn zu generieren.

Neben der Ertragskomponente, die sich in Höhe der über die Zeit vereinnahmten Aufschläge ergibt, weisen Turbo-Zertifikate für Emittenten zusätzlich eine Finanzierungskomponente auf. Regelmäßig werden Long- und Short-Zertifikate auf ein Underlying nicht isoliert, sondern gemeinsam emittiert. Dadurch ist der Hedge über den Forward nicht mehr notwendig, da sich die aus beiden Papieren resultierenden Kursrisiken des DAX neutralisieren. Der Gesamterlös  $G_0$  (in  $t = 0$ ) aus dem Verkauf eines Long-Zertifikates zum Preis gemäß (2) und eines Short-Zertifikates zum Preis gemäß (8) beträgt dann:

$$\begin{aligned}
 (13) \quad G_0 &= S_0 - X_L e^{-rT} + A_{L,0} + X_S e^{-rT} - S_0 + A_{S,0} \\
 &= A_{L,0} + A_{S,0} + (X_S - X_L) e^{-rT}.
 \end{aligned}$$

Es wird also neben der Summe der Aufschläge zum Zeitpunkt der Emission ein Betrag in Höhe von  $(X_S - X_L) e^{-rT}$  vereinnahmt. Dieser muss vom Emittenten mit  $r$  verzinst bei Fälligkeit oder im Falle des Knock-out (beziehungsweise bei vorzeitigem Rückkauf) vorzeitig zurückgezahlt werden. Für den Zeitraum, den dieser Betrag dem Emittenten zur Verfügung steht, entspricht dies einer Refinanzierung zum risikofreien Zins. Insofern „spart“ der Emittent über diese Form der Refinanzierung den alternativ am Kapitalmarkt zusätzlich zu zahlenden Bonitäts-spread. In der Praxis weisen die Tranchen von Long- und Short-Zertifikaten auf die verschiedenen geläufigen Underlyings zwar unterschiedliche ausstehende Volumina auf. Die Überlegungen behalten jedoch ihre Gültigkeit, da Long- und Short-Positionen saldiert werden können und der Emittent lediglich das verbleibende Nettovolumen – Long oder Short – mit einem entsprechenden Forward hedge wird.

#### *4. Preisstellung in der Praxis*

Für die Stichtage 15.5.2003 und 26.9.2003 wurden sämtliche ausstehenden Short-Zertifikate von ABN AMRO auf die Performanceindizes DAX sowie TECDAX ausgewertet, um so die kommunizierte Preisstellung in praxi zu verifizieren und die Höhe der Aufschläge und deren Werte für verschiedene Zertifikate aufzuzeigen. Die bewertungsrelevanten Stände der beiden Indizes lagen am ersten Stichtag bei 2.930,41 beziehungsweise 388,46 und am zweiten bei 3.313,97 und 483,46. In Tabelle 4 sind die Ergebnisse zusammengefasst.

*Tabelle 4*  
**Short-Zertifikate (Bezugsverhältnis jeweils 1:100)**

Stichtag	WKN	Underlying	$X_S$	$B_S$	Restlaufzeit	Preis <sup>45</sup>	Innerer Wert	Aufschlag	Wert des Aufschlags
15.5.2003	721 301	DAX	3.700	3.600	0,07	7,735	7,70	0,101	0,101
	658 072	DAX	4.800	4.650	0,48	18,735	18,70	0,569	0,568
	608 424	DAX	5.400	5.240	0,07	24,735	24,70	0,126	0,126
	608 132	DAX	5.600	5.430	0,07	26,735	26,70	0,129	0,129
	764 725	DAX	6.000	5.800	0,48	30,735	30,70	0,702	0,702
	764 724	DAX	8.000	7.800	0,48	50,735	50,70	0,923	0,923
	703 189	DAX	10.000	10.000	0,27	70,735	70,70	0,665	0,665
	237 470	TECDAX	450	420	0,41	0,635	0,62	0,062	0,037
26.9.2003	658 072	DAX	4.800	4.650	0,10	14,850	14,86	0,089	0,089
	764 725	DAX	6.000	5.800	0,10	26,850	26,86	0,113	0,113
	764 724	DAX	8.000	7.800	0,10	46,850	46,86	0,154	0,154
	324 458	TECDAX	650	610	0,42	1,695	1,665	0,086	0,077

Das Abschmelzen des Aufschlags eines Zertifikates über die Zeit wird wieder über die Betrachtung zweier Stichtage deutlich. Die an beiden Stichtagen vorliegenden Short-Zertifikate auf den DAX weisen am ersten Stichtag relativ hohe Aufschläge auf, die gut vier Monate später am zweiten Stichtag – entsprechend der oben diskutierten Preisstellungspraxis des Emittenten – erheblich geringer ausfallen. Bemerkenswert ist, dass die (Geld-Brief-)Preise dieser Short-Zertifikate auf den DAX am ersten Stichtag etwas höher waren als deren innere Werte, während sie am zweiten Stichtag geringfügig niedriger waren. Qualitativ ergeben sich ähnliche Resultate wie bei den Long-Zertifikaten. Die Werte der Aufschläge der DAX-Zertifikate entsprechen annähernd den jeweiligen Aufschlägen selbst, da die Wahrscheinlichkeit des Ausknockens dieser Zertifikate sehr gering ist. Für die TECDAX-Zertifikate ist die Knock-out-Wahrscheinlichkeit etwas höher, so dass die Barwerte der Aufschläge etwas geringer als die Aufschläge selbst sind.

#### IV. Fazit und Schlussbemerkungen

Im Zentrum des vorliegenden Beitrags stand die Darstellung und Analyse der Preisstellung der Emittenten innovativer Turbo-Zertifikate am Beispiel von ABN AMRO. Es konnte gezeigt werden, dass der Emittent auf Grundlage der Formeln (2) und (8) sowohl für Long- als auch für Short-Zertifikate eine systematisch höhere Preisstellung gegenüber den finanzmathematischen Werten durchführt. Durch die Vorgabe eines Zuschlags  $z$  kann der Emittent bei Long-Zertifikaten die Höhe des letztlich relevanten

<sup>45</sup> Die Angaben beziehen sich wiederum auf den mittleren Preis. Zur Höhe der Geld-Brief-Spannen siehe Fußnote 31.

Bruttogewinns steuern. Die auf der Grundlage der Preisstellungspraxis herausgearbeiteten Resultate wurden stichprobenartig empirisch überprüft. Entgegen der von ABN AMRO in der Produktbroschüre genannten Obergrenze von 2 % ergaben sich für Long-Zertifikate auf den TECDAX höhere Werte für den Zuschlag.

Die hier diskutierte Preisstellung von Turbo-Zertifikaten durch ABN AMRO steht im Einklang mit den Ergebnissen der eingangs zitierten empirischen Untersuchungen zu innovativen Finanzprodukten sowohl in den USA als auch in Europa. Ein bei Emission häufig eingepreister Bruttogewinn strukturierter Produkte wird auch hier über die Zeit abgebaut und damit verdient. Der vorliegende Beitrag hebt sich jedoch von diesen Untersuchungen ab, da hier erstmals die von einem Emittenten direkt kommunizierte Preisstellung und nicht über beobachtete Marktpreise indirekt die Preisstellung des Emittenten analysiert wird. Die Ergebnisse zeigen, dass für die betrachteten Zertifikate die Verringerung des Bruttogewinns mit abnehmender Produktlebensphase eine systematisch durch die Preisstellung des Emittenten bedingte Charakteristik darstellt.

Die in diesem Beitrag exemplarisch herangezogene Preisstellung von ABN AMRO ist in ähnlicher Form auch für andere Emittenten festzustellen. Beispielsweise wird in der Produktbroschüre „Hebel-Zertifikate“ von BNP Paribas eine Preisbestimmung für Turbo-Zertifikate dargestellt, die ebenfalls eine einfach verständliche lineare Abhängigkeit<sup>46</sup> des Preises der Zertifikate vom aktuellen Stand des Underlyings beschreibt. Andere Emittenten legen ihre Preisstellungspraxis nicht offen, über die Marktpreise der Zertifikate kann jedoch teilweise auf eine Preisstellung von Short-Zertifikaten zum inneren Wert geschlossen werden.

Darüber hinaus liegt am deutschen Kapitalmarkt auch für weitere innovative Finanzprodukte eine offen kommunizierte (überhöhte) Preisstellung vor. Zu nennen sind beispielsweise (währungsgesicherte) Quanto-Zertifikate auf den Nikkei, deren Preise von verschiedenen Banken schon seit einigen Jahren in Höhe des jeweils aktuellen Nikkei-Standes in Euro gestellt werden. Der finanzmathematische Wert von Quanto-Zertifikaten hingegen liegt insbesondere aufgrund der positiven Zinsdifferenz zwischen Euro-land und Japan zum Teil erheblich unter diesem (Markt-)Preis.<sup>47</sup>

Abschließend ist zu konstatieren, dass Turbo-Zertifikate nur auf den ersten Blick ein einfaches, relativ gut verständlich erscheinendes Retail-Produkt darstellen. Durch den Erwerb dieser Zertifikate können Anleger je nach Ausstattung – ähnlich wie bei klassischen Optionsscheinen – überproportional an der Entwicklung des jeweiligen Underlyings partizipieren. Aufgrund der über die Preisstellung implizierten, jedoch für Anleger auf den ersten Blick nicht offensichtlichen recht hohen Bruttogewinne des Emittenten eignen sie sich jedoch eher für eine kurzfristige Spekulation als für eine längerfristige Kapitalanlage. Die in diesem Beitrag herausgearbeiteten potenziellen Bruttogewinne

<sup>46</sup> Vgl. *BNP Paribas* (2002), S. 52-55.

<sup>47</sup> Vgl. zu Quanto-Zertifikaten *Wilkens/Entrop/Scholz* (2001) und *Wilkens/Baule/Entrop* (2002).

machen Turbo-Zertifikate auch aus Emittentensicht zu einem interessanten (Retail-) Produkt, das ein relativ breites Anlegerpublikum anspricht.

Die Ergebnisse sind auch aus praktischer Sicht von hoher Bedeutung. Potenziellen Investoren wird hierüber ein Einblick in die Preisstellung von Emittenten strukturierter Produkte gegeben. Dies verstärkt die Transparenz dieses häufig wenig durchsichtigen Marktsegmentes, was das Preisbewusstsein der Investoren erhöht. Darüber hinaus wird weiteren Emittenten die Attraktivität innovativer Turbo-Zertifikate verdeutlicht, was ebenso einen erhöhten Wettbewerb zur Folge haben könnte.

### **Anhang: Knock-out-Wahrscheinlichkeiten von Turbo-Zertifikaten**

Auf der Grundlage der Modellwelt von *Black/Scholes/Merton* stimmt die bewertungsrelevante risikoneutrale Wahrscheinlichkeit  $p_L$  für einen Knock-out eines Long-Zertifikates während der Laufzeit gerade überein mit dem zu  $r$  aufgezinsten Wert einer (down-and-in cash-at-expiry-or-nothing) Binary-Option mit einem Auszahlungsbetrag von eins:<sup>48</sup>

$$(14) \quad p_L = N(\sigma\sqrt{T} - x) + (S_0 / B_L)^{2-2\lambda} N(y - \sigma\sqrt{T})$$

mit  $x, y$  und  $\lambda$  gemäß (10) für  $B_L$  anstelle  $B_S$ .

Analog hierzu entspricht die bewertungsrelevante risikoneutrale Wahrscheinlichkeit  $p_S$  für den Knock-out eines Short-Zertifikates während der Laufzeit gerade dem zu  $r$  aufgezinsten Wert einer (up-and-in cash-at-expiry-or-nothing) Binary-Option mit einem Auszahlungsbetrag von eins:

$$(15) \quad p_S = N(x - \sigma\sqrt{T}) + (S_0 / B_S)^{2-2\lambda} N(\sigma\sqrt{T} - y)$$

mit  $x, y$  und  $\lambda$  gemäß (10).

<sup>48</sup> Zur Bewertung von Binary Options siehe *Rubinstein/Reiner* (1991b), S. 77 f.

## Literatur

*ABN AMRO* (2002a): Turbo und Short Zertifikate. Frankfurt/Main, August. – *ABN AMRO* (2002b): *ABN AMRO LaunchPAD Programme – Offering Supplement*. Frankfurt/Main, Oktober. – *ABN AMRO* (2003): Turbo und Short Zertifikate. Frankfurt/Main, Februar. – *Baule, Rainer/Rühling, Ralf/Scholz, Hendrik* (2004): Zur Preisstellung der Emittenten von Discountzertifikaten – Eine empirische Untersuchung am deutschen Sekundärmarkt, *Finanz Betrieb*, 6. Jg., H. 12. S. 825-832. – *Baule, Rainer/Scholz, Hendrik/Wilkens, Marco* (2004): Short-Zertifikate auf Indizes – Bewertung und Analyse eines innovativen Retail-Produktes für Baissephasen, *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*, 74. Jg., H. 4. S. 315-338. – *Beike, Rolf* (1999): Indexzertifikate – optimal vom Börsentrend profitieren. Stuttgart. – *Black, Fischer/Scholes, Myron* (1973): The Pricing of Options and Corporate Liabilities, *Journal of Political Economy*, Vol. 81, S. 637-654. – *BNP Paribas* (2002): Hebel-Zertifikate. Frankfurt/Main, Oktober. – *Burth, Stefan/Kraus, Thomas/Wohlwend, Hanspeter* (2001): The Pricing of Structured Products in the Swiss Market, *Journal of Derivatives*, Vol. 9, No. 2, Winter, S. 30-40. – *Chen, Andrew H./Kensinger, John W.* (1990): An Analysis of Market-Index Certificates of Deposit, *Journal of Financial Services Research*, Vol. 4, S. 93-110. – *Chen, K. C./Sears, R. Stephen* (1990): Pricing the SPIN, *Financial Management*, Vol. 19, No. 2, S. 36-47. – *Erner, Carsten/Wilkens, Sascha/Röder, Klaus* (2004): Die Kursstellung bei Aktienanleihen und Diskontzertifikaten – Eine These zum Einfluss des Produktlebenszyklus, *Zeitschrift für Bankrecht und Bankwirtschaft*, 16. Jg., S. 105-113. – *Fischer, Edwin O./Greistorfer, Peter/Sommersguter-Reichmann, Margit* (2002): Turbo-Zertifikate – Darstellung, Bewertung und Analyse, *Österreichisches Bankarchiv*, 50 Jg., H. 12, S. 995-1005. – *Fischer, Edwin O./Greistorfer, Peter/Sommersguter-Reichmann, Margit* (2003): Short-Zertifikate – Darstellung, Bewertung und Analyse, *Österreichisches Bankarchiv*, 51. Jg., H. 2, S. 119-128. – *Hull, John C.* (2003): *Options, futures and other derivatives*, 5th ed., Upper Saddle River. – *Hull, John C./White, Alan* (1995): The impact of default risk on the prices of options and other derivative securities, *Journal of Banking and Finance*, Vol. 19, S. 299-322. – *Merton, Robert C.* (1973): Theory of rational option pricing, *Bell Journal of Economics and Management Science*, Vol. 4, S. 141-183. – *Nacken, Holger* (2003): Exodus am Derivatemarkt erwartet, *Handelsblatt*, 6.3.2003, S. 21. – *Rich, Don R.* (1994): The Mathematical Foundation of Barrier Option-Pricing Theory, *Advances in Futures and Options Research*, Vol. 7, S. 267-311. – *Rubinstein, Mark/Reiner, Eric* (1991a): Breaking Down the Barriers, *Risk*, Vol. 4, No. 8, S. 28-35. – *Rubinstein, Mark/Reiner, Eric* (1991b): Unscrambling the Binary Code, *Risk*, Vol. 4, No. 9, S. 75-83. – *Schaback, Robert/Werner, Helmut* (1993): *Numerische Mathematik*. 4. Aufl., Berlin u. a. – *Schaller, Monika* (2002): Optionsscheinmarkt bricht in der ersten Jahreshälfte ein, *Börsenzeitung*, 29.6.2002, S. 5. – *Scholz, Hendrik/Ammann, Kai/Baule, Rainer* (2003): Hebel-Zertifikate – Darstellung und Analyse eines innovativen Finanzproduktes, *Die Bank*, o. Jg., H. 1, S. 36-41. – *Toy, William W./Ryan, Michael D.* (2000): Public Equity-Linked Debt, in: *Francis, Jack Clark/Toy, William W./Whittaker, J. Gregg* (Ed.), *The Handbook of Equity Derivatives – Revised Edition*, New York, S. 329-342. – *Wasserfallen, Walter/Schenk, Christoph* (1996): Portfolio Insurance for the Small Investor in Switzerland, *Journal of Derivatives*, Vol. 3, No. 3, Spring, S. 37-43. – *Weyand, Heiko* (2003): Turboprodukte behaupten sich auf der Überholspur, *Börsenzeitung*, 10.5.2003, S. B5. – *Wilkens, Marco/Baule, Rainer/Entrop, Oliver* (2002): Quanto-Zertifikate auf den Nikkei, *Die Bank*, o. Jg., H. 9, S. 611-615. – *Wilkens, Marco/Entrop, Oliver/Scholz, Hendrik* (2001): Outperformance-Zertifikate auf Aktienindizes in Fremdwährungsräumen, *Kredit und Kapital*, 34. Jg., Heft 4, S. 473-504. – *Wilkens, Sascha/Erner, Carsten/Röder, Klaus* (2003): The Pricing of Structured Products in Germany, *Journal of Derivatives*, Vol. 11, Fall, S. 55-69. – *Whittaker, J. Gregg/Kim, Janet* (2000): Structured Equity Derivative Products. In: *Francis, Jack Clark/Toy, William W./Whittaker, J. Gregg* (Ed.), *The Handbook of Equity Derivatives – Revised Edition*, New York, S. 415-432.